

# Chapter 6

## Flow Through Porous Media

๒๐๑๖

บรรยายโดย : อ.พลช ตั้งฐานทรัพย์

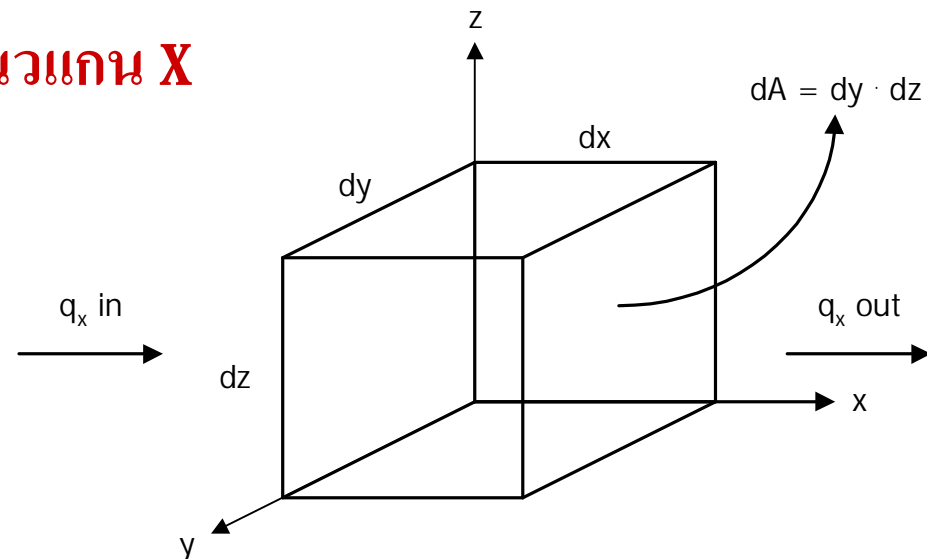
# Two-Dimensional Flow

## ทฤษฎีพื้นฐานของ Flownets

- พิจารณา Soil Element เป็นรูปลูกบาศก์
- การไหลของน้ำผ่านมวลดินเป็นแบบ Laminar flow
- Total head ที่จุดต่างๆ ใน Soil เปลี่ยนแปลงไปกับระยะการไหลของน้ำ

พิจารณาการไหลของน้ำในแนวแกน X  
ค่า Hydraulic gradient คือ

$$i_x (in) = - \frac{\partial h}{\partial x}$$



# Two-Dimensional Flow

## ทฤษฎีพื้นฐานของ Flownets (ต่อ)

ค่า Hydraulic gradient,  $i$  ไม่เป็นค่าคงที่ ขึ้นอยู่กับระยะทางการไหล  
ของน้ำผ่านมวลดิน

นั่นคือ

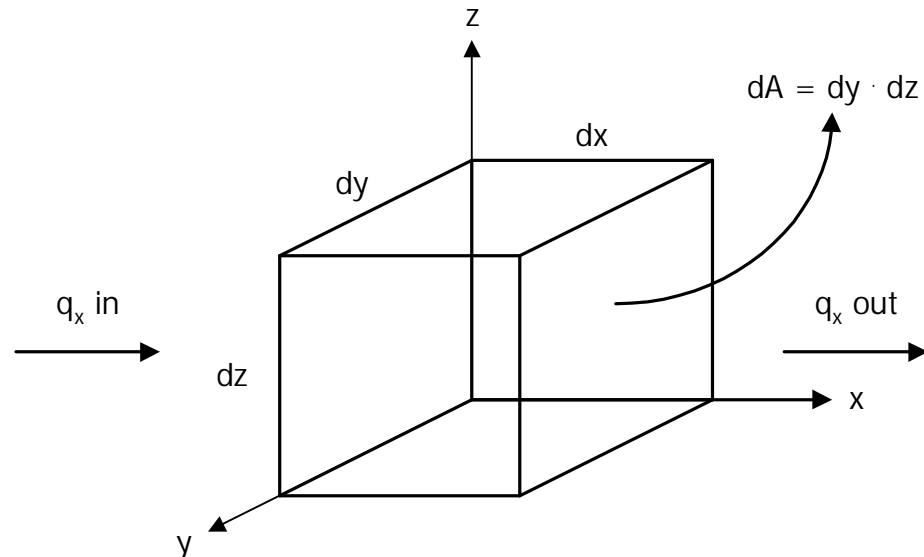
$$\frac{\partial i_x}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)$$

พิจารณาการไหลของน้ำในแนวแกน X

ค่า Hydraulic gradient คือ

$$i_{x(out)} = i_x + \frac{\partial i_x}{\partial x} dx$$

$$i_{x(out)} = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dx$$



# Two-Dimensional Flow

## ทฤษฎีพื้นฐานของ Flownets (ต่อ)

จาก  $q = vA = kiA$  ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าในทิศทางแกน X

$$q_{x(in)} = k_x \times \frac{\partial h}{\partial x} \times dy \times dz$$

$$q_{x(out)} = k_x \times \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dx \times dy \times dz$$

ให้  $\Delta q = q_{(out)} - q_{(in)}$

จะได้  $\Delta q_x = k_x \times \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \times dx \times dy \times dz$

\*\*\* สำหรับแกน y และ z จะเป็นในทำนองเดียวกัน \*\*\*

# Two-Dimensional Flow

## ทฤษฎีพื้นฐานของ Flownets (ต่อ)

ดังนั้น

$$\Delta q = \Delta q_x + \Delta q_y + \Delta q_z$$

จะได้ 
$$\Delta q = k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dx dy dz$$

การไหลเป็นแบบ **Laminar flow** และการไหลเกิดขึ้นเฉพาะบนระนาบ X-Z ส่วนระนาบ y มีค่าเป็นศูนย์ (เช่น การไหลของน้ำในเขื่อน)

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dx dy dz = 0$$

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

# *Two-Dimensional Flow*

## ทฤษฎีพื้นฐานของ *Flow nets* (ต่อ)

สำหรับดินประเภท *Isotropic Soils* นั่นคือ  $k_x = k_z$

จะได้

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

..... (2)

สมการอยู่ในรูปของ *Laplace Equation* ซึ่งคำตอบจะเป็นกลุ่มของ  
เส้นสองกลุ่มที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน

# ตาข่ายการไหล (*Flow Net*)

กลุ่มของเส้นสองกลุ่มที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน ได้แก่

- **Flow Lines**

- แสดงแนวการไหลของอนุภาคของน้ำจาก **Head สูง** => **Head ต่ำ**

- **Equipotential Lines**

- แสดงเส้นที่ทุกจุดบนเส้นนั้นมี **Total Head** เท่ากัน

การเขียนตาข่ายการไหลเป็นวิธีทางกราฟิกในการแก้สมการของลาปลาซ โดยเขียนเส้นสมศักย์ และเส้นการไหลให้เป็นไปตามสมการลาปลาซที่บังคับและตามสภาพการณ์ของเขตที่กระจายที่ขอบนอก

# ตาข่ายการไหล

## ประโยชน์ของ *Flownets*

### ประโยชน์ของ Flow net ในงานเขื่อน

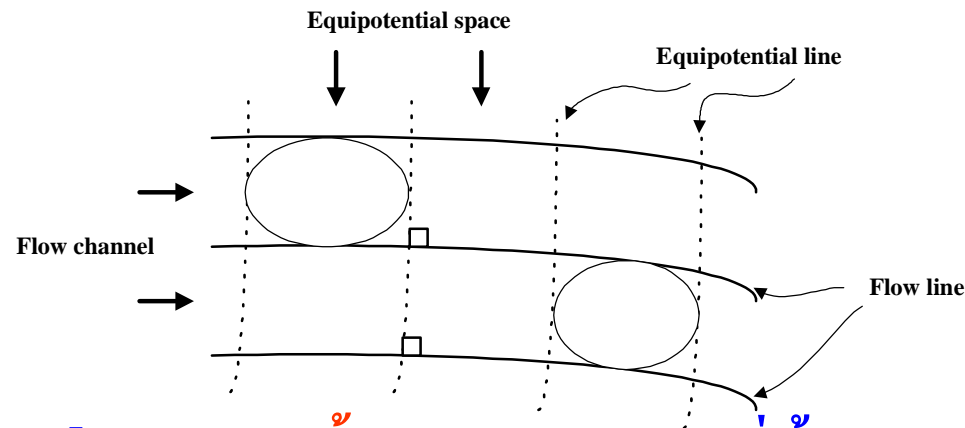
- กำหนดหาปริมาณน้ำที่ซึมผ่านเขื่อนและฐานรากได้
- กำหนดหาความดันน้ำที่จุดต่างๆ ได้ในพื้นที่การไหลทั้งหมด
- กำหนดหาความเร็วของน้ำที่ไหลซึมได้
- สามารถคาดการณ์บริเวณที่อาจเกิดการลอยตัวหรือการกัดเซาะเนื่องจากแรงดันน้ำ และตรวจสอบอัตราปลอดภัยของกรณีนั้นๆ



# ตาข่ายการไหล

## คุณสมบัติที่สำคัญของ *Flownet*

- Flow Lines จะตั้งฉาก กับ Equipotential Lines



- Equipotential Lines จะตั้งฉาก กับแนวเขตที่น้ำซึมผ่านไม่ได้
- Flow Lines (หรือ Equipotential Lines) จะ ไม่ตัดกันเอง
- Flow Lines จะ ไม่ตัดกับ แนวเขตที่น้ำซึมผ่านไม่ได้
- ทุกจุดบนเส้น Equipotential Line จะมีศักย์น้ำ (Head) เท่ากัน

# ตาข่ายการไหล

## วิธีการเขียน *Flowline*

ต้องอาศัยความชำนาญ เขียนโดยยึดคุณสมบัติของ **Flow net** เป็นหลัก โดยสามารถให้ผลที่ใกล้เคียงความจริงพอที่จะใช้ออกแบบได้

- เขียนพื้นที่การไหลของตัวเขื่อน ฐานราก หรือสิ่งก่อสร้างอื่นๆ โดยใช้มาตราส่วนที่เหมาะสม เท่ากันทั้งแนวราบและดิ่ง
- พิจารณาหาเส้นขอบเขตของพื้นที่การไหลที่ต้องการ คือ
  - **Top and Bottom flow line**      • **First and Last equipotential line**
- ร่างเส้น **Flow lines** ระหว่างเส้น **Top** และ **Bottom flow line** ระหว่าง 3 ถึง 5 เส้น โดยให้คิดว่าปริมาณน้ำที่ไหลในแต่ละช่องเท่ากัน

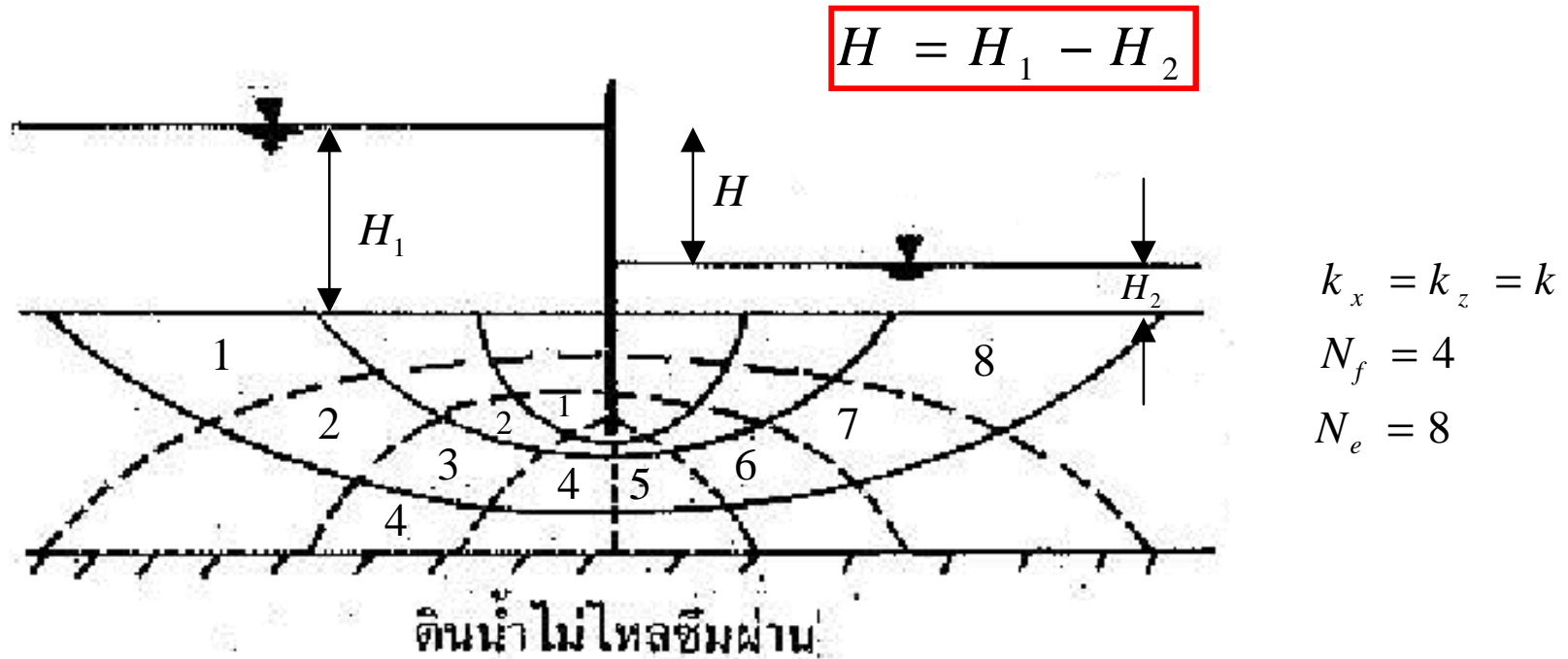
## ตาข่ายการไหล

### วิธีการเขียน *Flow line* (ต่อ)

- ร่างเส้น *Equipotential lines* ตัดกับ *Flow lines* ให้เกิดเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสโค้ง เริ่มจากเหนือน้ำ เมื่อถึงท้ายน้ำ เศษที่เหลือคิดเป็นเศษส่วนของ *Equipotential space* ได้
- พิจารณา *Flow net* ใหม่ทั้งหมดว่ามีส่วนใดบ้างที่ยังไม่ถูกต้องตามคุณสมบัติของ *Flow net* ให้ค่อยๆ แก้ไขไป โดยอาจ ใช้วงกลมที่บรรจุภายในช่วยควบคุมรูปร่าง
- เมื่อปรับจนถูกต้องแล้ว ให้เพิ่มเติม *Flow line* และ *Equipotential line* ระหว่างเส้นที่มีอยู่แล้วตามความต้องการ โดยพยายามรักษาคุณสมบัติของ *Flow net* ไว้ให้ได้

# ตาข่ายการไหล

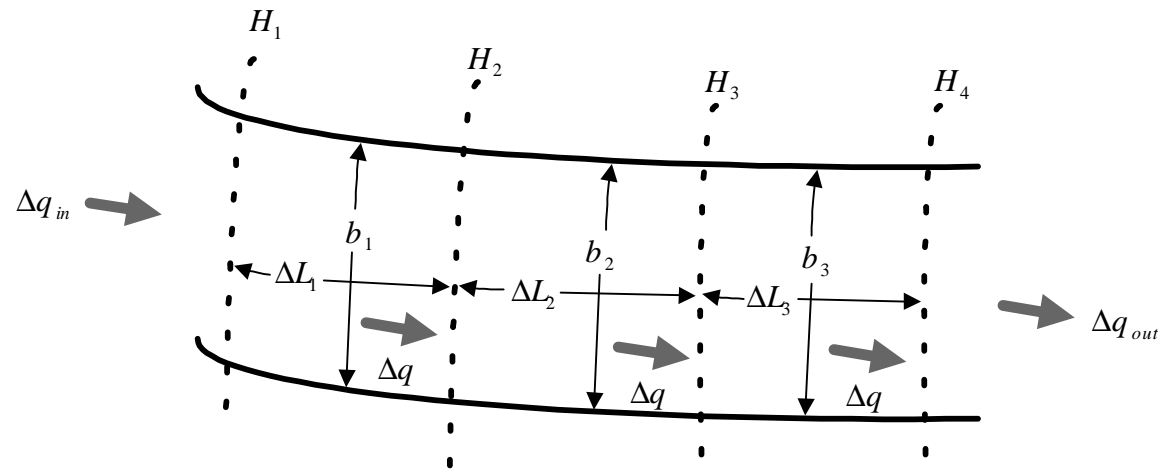
## วิธีการเขียน Flowline (ต่อ)



- ตัวอย่าง Flow net ที่วาดเสร็จสมบูรณ์

# ตาข่ายการไหล

## การคำนวณโดยใช้ *Flownets*



จากรูป  $\Delta q_{in} = \Delta q_{out} = \Delta q$  ,  $A = b \times 1 = b$       คิดต่อความลึก 1 หน่วย

จากสมการดาร์ซี, จะได้  $\Delta q = k \left( \frac{H_1 - H_2}{\Delta L_1} \right) b_1 = k \left( \frac{H_2 - H_3}{\Delta L_2} \right) b_2 = k \left( \frac{H_3 - H_4}{\Delta L_3} \right) b_3$

ดังนั้น

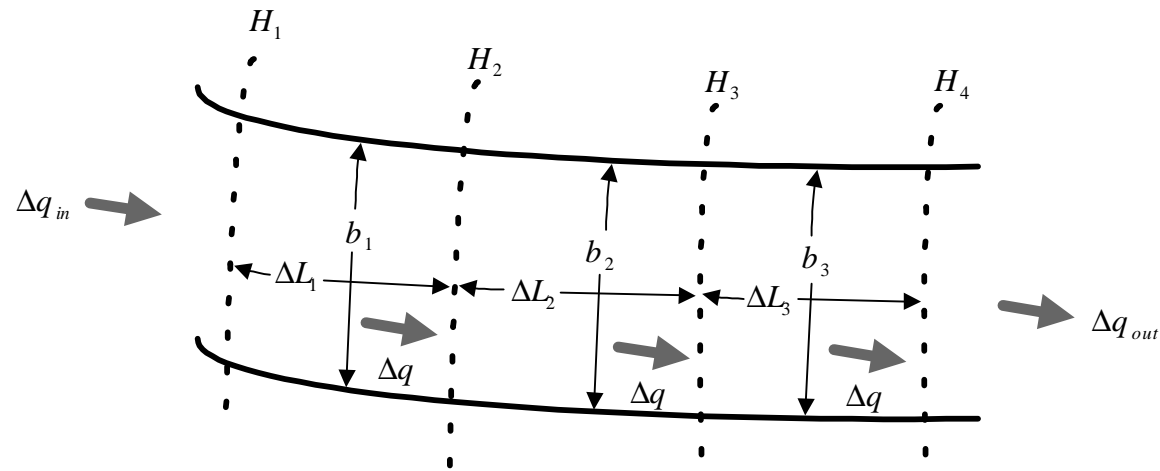
$$\Delta q = k \cdot b \cdot \frac{\Delta H}{\Delta L}$$

.....

(3)

# ตาข่ายการไหล

## การคำนวณโดยใช้ Flownets (ต่อ)



จากรูป

$$\Delta H = H_1 - H_2 = \dots = \frac{H}{N_e}, \quad \Delta q = \frac{q}{N_f}$$

จาก (3)

$$\Delta q = k \cdot b \cdot \frac{\Delta H}{\Delta L}$$

เขียนใหม่ได้เป็น

*Isotropic Soils*  $b \cong \Delta L$

$$q = k \cdot H \cdot \frac{N_f}{N_e}$$

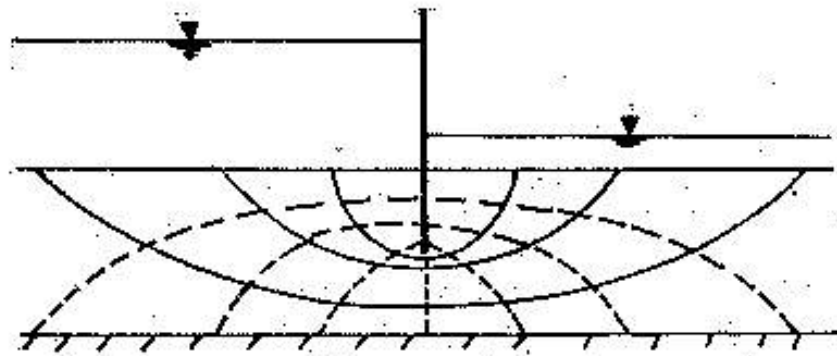
.....

(4)

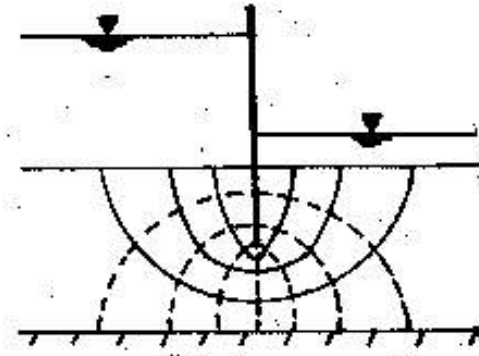
$k_x \neq k_z$

# การไหลของน้ำภายในมวลดินประเภท *Anisotropic*

ในธรรมชาติ มวลดินส่วนมากมีค่า  $k$  ไม่เท่ากันทุกทิศทาง ดังนั้นสมการที่เป็นกฎการไหลซึมจึงไม่อยู่ในรูปสมการของลาปลาซ และการเขียน Flow net ไม่สามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยตรง จึงต้องปรับแก้สัดส่วนในแนวนอน



ดินน้ำไม่ไหลซึมผ่าน



ดินน้ำไม่ไหลซึมผ่าน

- เส้นสมศักย์และเส้นการไหลซึมที่เกิดขึ้นจริง
- ปรับแก้แล้ว

# การไหลของน้ำภายในมวลดินประเภท *Anisotropic* *Transformed Scale*

จาก (1)

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

เมื่อ  $k_x \neq k_z$  จะไม่สามารถแก้ด้วยสมการลาปลาซได้ จึงต้องมีการเปลี่ยนมาตราส่วนแกน X เสียใหม่ โดยให้หารสมการข้างบนด้วย  $k_z$  ตลอดแล้วจัดเรียงใหม่

จะได้  $\left[ \frac{\partial^2 h}{(k_z/k_x) \partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] = 0$  , ให้  $x_T = \sqrt{(k_z/k_x)} \cdot x$

ดังนั้น  $\left[ \frac{\partial^2 h}{\partial x_T^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] = 0$  .....  
(5)

สมการที่ (5) อยู่ในรูปของสมการลาปลาซที่สามารถหาคำตอบได้



# การไหลของน้ำภายในมวลดินประเภท *Anisotropic* ขั้นตอนการเขียน *Flownet* ในรูป *Transformed Scale*

- กำหนดมาตราส่วนตามแนวตั้ง (แกน Z) เพื่อใช้วาดรูปตัด
- กำหนดมาตราส่วนตามแกนนอน (แกน X) โดยที่ *มาตราส่วนตามแกนนอน* =  $\sqrt{k_z/k_x}$  × *มาตราส่วนตามแกนตั้ง* เรียกว่า **“Transformed Scale”**
- ใช้มาตราส่วนที่ได้จากขั้นตอนที่ 1, 2 พล็อตรูปตัดให้มีทิศขนานกับทิศทางการไหล
- เขียน *Flow net* ลงบน *Transformed Scale* ให้ถูกต้องตามหลักการ
- ปริมาณน้ำที่ซึมผ่านทั้งพื้นที่การไหล

$$q = \sqrt{k_x \cdot k_z} \cdot H \cdot \frac{N_f}{N_e}$$