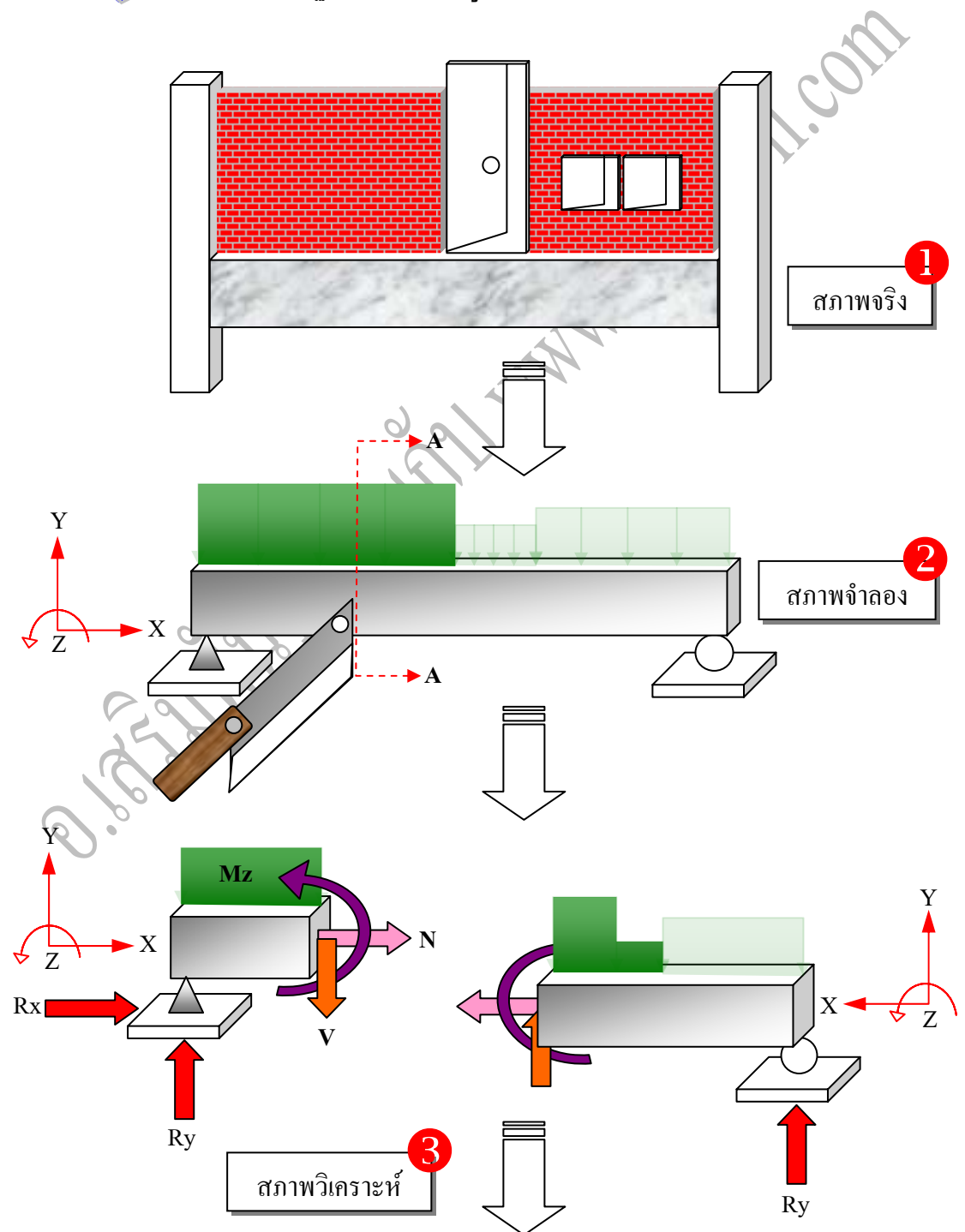
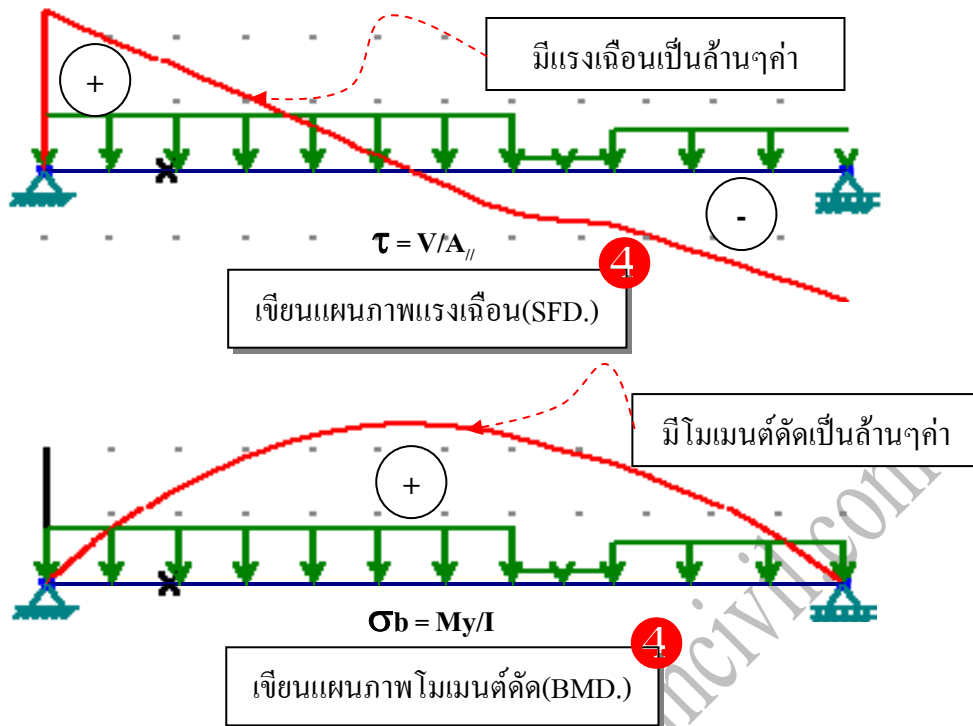


บทที่ 3


หน่วยแรงในคาน


แนวความคิดพื้นฐานในการเรียนรู้(ตั้งแต่ต้นจนจบ)





รูปที่ 3.1 แผนภาพแสดงขั้นตอนของการหาหน่วยแรงในคาน

 **หมายเหตุ:** ในกรณีของคานที่ลักษณะของการวางตัวของคานและการกระทำของน้ำหนักเป็นดังรูป แรงตามแนวแกนเกิดขึ้นน้อยมาก (เช่น เกิดจากการแอนตัวของคาน) จึงมักไม่นิยมเขียนแผนภาพของแรงตามแนวแกน (NFD)... $f_n = V/A_n$

 จากรูปที่แสดง หากสังเกตจะเห็นว่าในแต่ละขั้นตอน มีสิ่งที่ต้องทราบและเรียนรู้มากมาย ซึ่งจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้และทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ บางสิ่งบางอย่างก็เป็นองค์ความรู้พื้นฐานเดิมที่ทุกคนควรที่จะต้องรู้มาก่อนหน้าแล้ว บางสิ่งบางอย่างก็เป็นองค์ความรู้ที่จะต้องทำความเข้าใจและเรียนรู้เพิ่มเติม ประกอบด้วย

- ① แบบแปลน-แผนผังของอาคาร
- ② ระบบและรูปแบบของแรงกระทำ และการแปลงแรง
- ③ ระบบแกนอ้างอิง
- ④ รูปแบบและแรงปฏิกิริยาของจตุรองรับ
- ⑤ การเลือกตัดหน้าตัดเพื่อการวิเคราะห์
- ⑥ ระบบแรงภายในที่หน้าตัดใดๆ
- ⑦ การใช้สมการสมดุลย์
- ⑧ การเขียนแผนภาพของ SFD. & BMD.

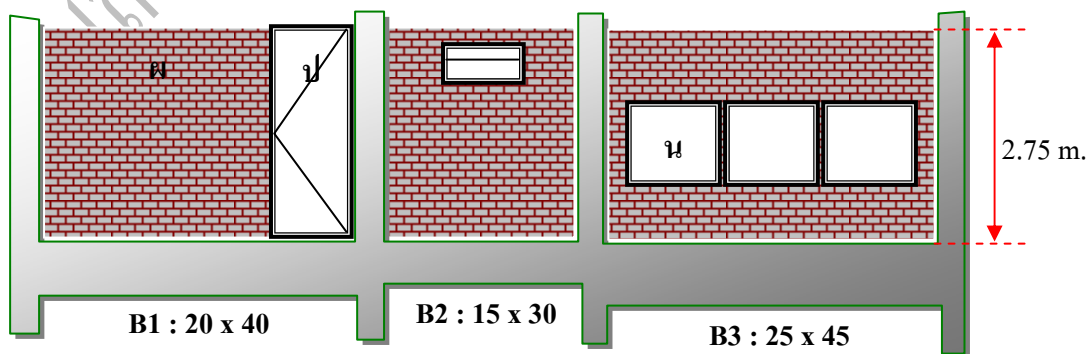
3.1. แบบแปลน-แผนผังของอาคาร

โดยสรุปคือในที่นี้ต้องการให้เห็นถึงความสำคัญของแบบแปลนของอาคารต่อการหาแรงภายในหรือหน่วยแรงภายใน กล่าวคือทำให้เราทราบประเภทและชนิดของน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างที่เรากำลังสนใจ ก่อนที่จะทำการวิเคราะห์และออกแบบ เช่น

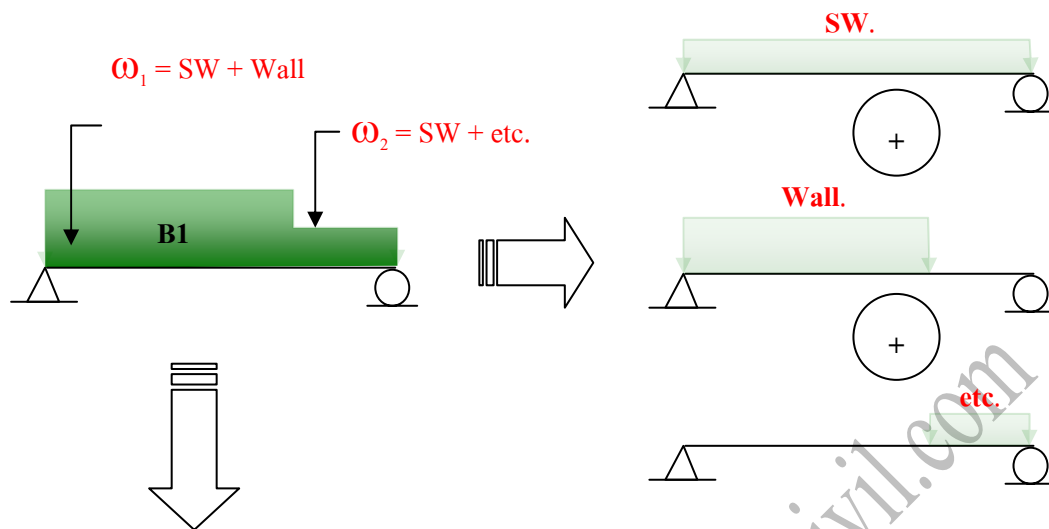
- ⊕ น้ำหนักบรรทุกจร หรือ Live Load ; LL.(เป็นไปตามข้อกำหนด และ กฎหมาย)
 - แรงลม(Wind Load ; WL.)
 - น้ำหนักบรรทุกจรบนอาคาร
 - น้ำหนักบรรทุกจรบนสะพาน
 - Impact Load
- ⊕ น้ำหนักบรรทุกตายตัว หรือ Dead Load ; DL.
 - น้ำหนักตัวเอง(Self Weight ; SW.) : หน่วยน้ำหนัก x พื้นที่หน้าตัด
 - น้ำหนักวัสดุตกแต่ง(Finishing Load ; FL.) : อาศัยประสบการณ์ และ สถิติ
 - น้ำหนักประกอบอื่นๆ(etc. Load) : อาศัยประสบการณ์ และ สถิติ
- ⊕ แรงกระทำด้านข้างอื่นๆ เช่น แรงแผ่นดินไหว ฯลฯ
- ⊕ การฝากและการวางตัวของโครงสร้างหรือลักษณะของการส่งถ่ายแรง

โดยปรกติแล้วในการเรียนการสอนนั้น น้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างจะถูกสมมุติขึ้นมาให้หรือกำหนดเป็นโจทย์ต่อกันมาให้ แต่ในทางปฏิบัติหรือตามความเป็นจริงเราจะต้องวิเคราะห์หาค่าออกมาเองเสมอ!...

ตัวอย่างที่ 3.1 เป็นกรณีศึกษาในการหาน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้าง



รูปที่ 3.2 ประกอบตัวอย่างที่ 3.1



รูปที่ 3.3 ประกอบตัวอย่างที่ 3.1

วิธีคิด

$SW = \gamma \times A = 2,400 \times 0.20 \times 0.40 = 192 \text{ kg./m.}$ (น้ำหนักแผ่กระจายเต็มช่วง)

$Wall = w \times h = 180 \times 2.75 = 495 \text{ kg./m.}$ (น้ำหนักแผ่กระจายบางส่วน)

$Etc. = \text{ประตู่} = 50 \text{ kg./m.}$ (น้ำหนักแผ่กระจายบางส่วน)

$W_1 = SW. + Wall = 192 + 495 = 687 \text{ kg./m.}$

$W_2 = SW. + etc. = 192 + 50 = 242 \text{ kg./m.}$

3.2. ระบบและรูปแบบของแรงกระทำ และการแปลงแรง

โดยหลักในเบื้องต้นแล้ว ระบบของแรงหรือน้ำหนักต่างๆที่กระทำต่อโครงสร้างสามารถแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบคือ

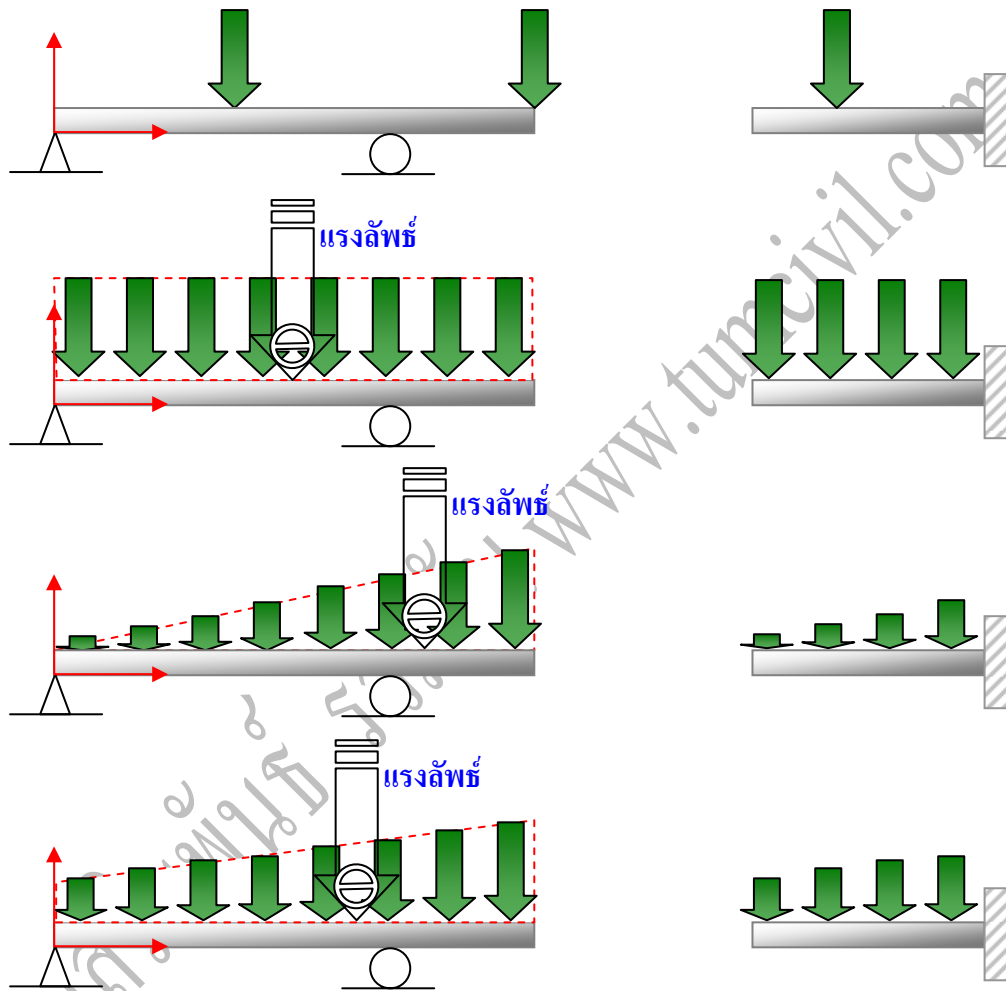
☒ แรงกระทำเป็นจุด(Point Load)

- เป็นแรงลัพธ์
- หรือเป็นส่วนหนึ่งของแรงกระทำแบบแผ่กระจาย

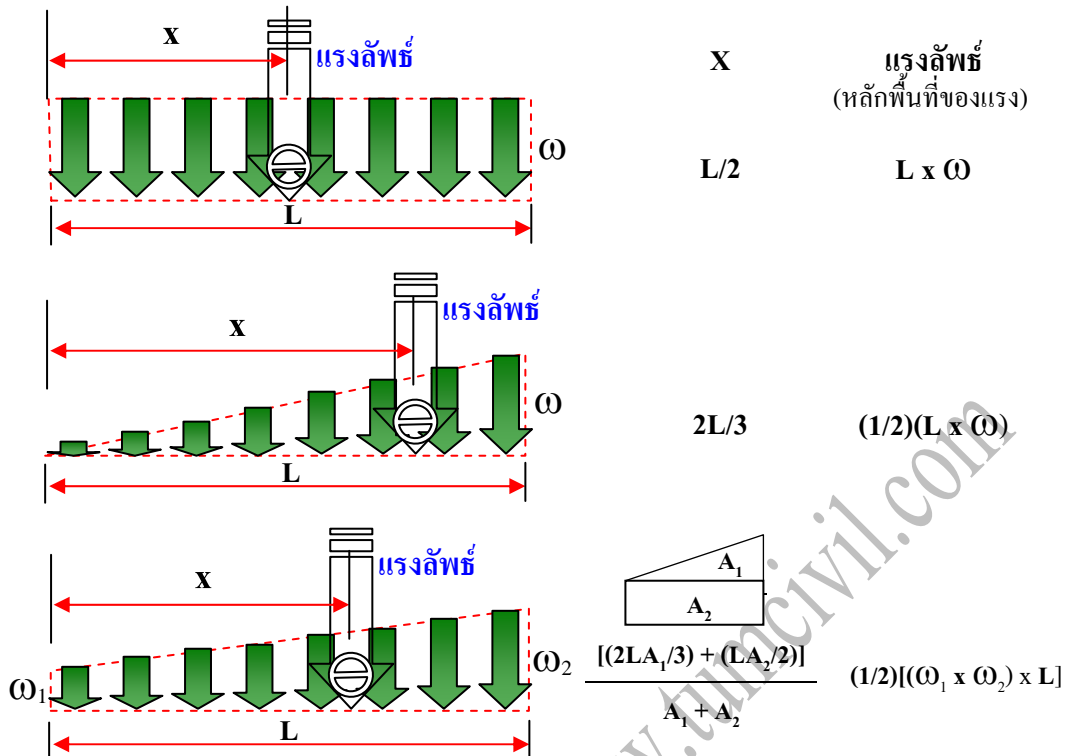
☒ แรงกระทำแบบแผ่กระจาย(Uniform Load)

- แบบแผ่กระจายเต็มช่วง(รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ สี่เหลี่ยมคางหมู)
- แบบแผ่กระจายบางส่วน(รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ สี่เหลี่ยมคางหมู)

- ในการวิเคราะห์โครงสร้างจะต้องแปลงแรงแผ่กระจายไปเป็นแรงกระทำเป็นจุดเสมอ(ดังนั้นจะต้องเข้าใจเรื่องการหาพื้นที่ของรูปทรงเรขาคณิต)
- และต้องทราบจุดศูนย์กลาง(Centriod ; CC)ของแรงกระทำแบบแผ่กระจายเมื่อแปลงไปเป็นแรงกระทำเป็นจุด



รูปที่ 3.4 แสดงรูปแบบของน้ำหนักบรรทุกทุกที่กระทำต่อคาน



รูปที่ 3.5 แสดงการแปลงแรงจาก Uniform Load ไปเป็นแรงลัพท์(Point Load)

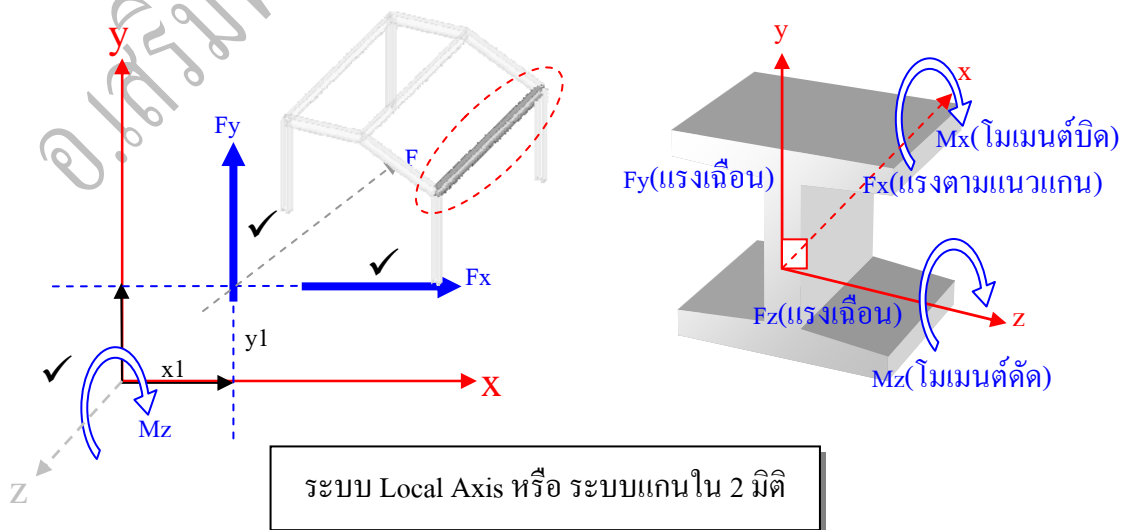
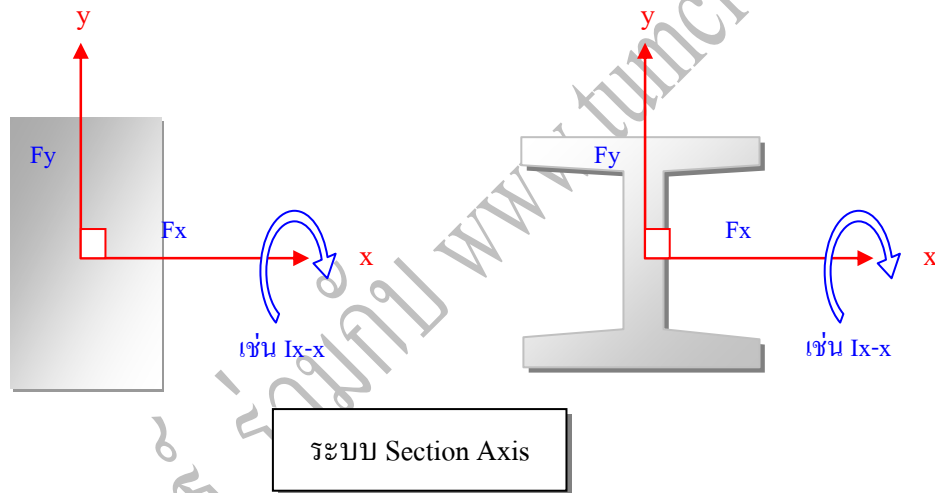
3.3. ระบบแกนอ้างอิง(ในที่นี้หมายถึงเฉพาะในระบบพิกัดฉาก)

เท่าที่ผ่านมาระบบการเรียนการสอนในบ้านเมืองเรา ปลูกฝังเรื่องระบบแกนอ้างอิงแบบไม่ค่อยจะมุงเน้นมากนัก รู้แต่เพียงว่าแกนอ้างอิงคือแกน x แกน y เป็นเส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน โดยแกน x อยู่ในแนวราบส่วนแกน y อยู่ในแนวตั้ง แต่หาว่าไม่ว่า

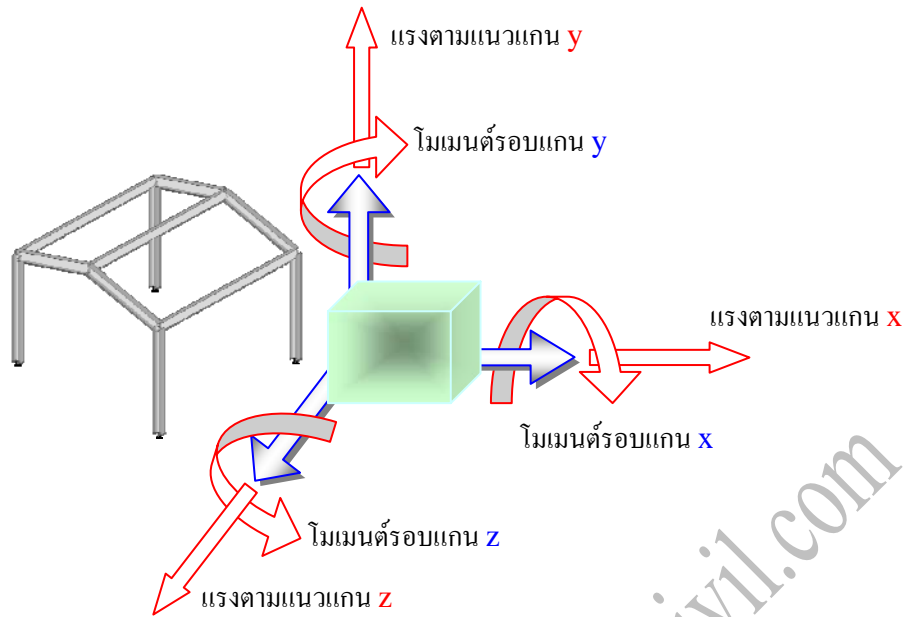
- ⊕ แกนอ้างอิงมีทั้งในระบบ 2 มิติ(x-y) และ 3 มิติ(x-y-z)
- ⊕ แกนอ้างอิงจะวางตัวอย่างไรก็ได้ใน 360 องศา(ซึ่งจะเกี่ยวเนื่องกับการแตกแรง)
- ⊕ ระบบแกนอ้างอิงมีอยู่ 3 scale หลักๆคือ

- ระบบแกนอ้างอิงของหน้าตัด(Section Axis)
 - มักนิยมใช้ในการอ้างอิงเกี่ยวกับคุณสมบัติทางกลของโครงสร้าง
 - เราใช้ผลจากระบบแกนนี้ทั้งในการวิเคราะห์และออกแบบ
 - เช่น ค่าคุณสมบัติของเหล็กรูปพรรณในตารางเหล็กต่างๆไป
- ระบบแกนอ้างอิงเฉพาะ(Local Axis)
 - มักนิยมใช้ในการอ้างอิงเกี่ยวกับผลของแรงที่ได้จากการวิเคราะห์
 - เราใช้ผลจากระบบแกนนี้ไปออกแบบ เช่น M_z, M_x, F_y, F_x
 - ซึ่งค่าดังกล่าวได้จากการวิเคราะห์อาจจะด้วยมือหรือใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็ได้ ซึ่งอาจเรียกในอีกชื่อคือ Member end force

- ระบบแกนอ้างอิงรวมหรือแกน โลก(Global Axis)
 - มักนิยมใช้ในการอ้างอิงเกี่ยวกับระบบของน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้าง
 - มักนิยมใช้ในการอ้างอิงเกี่ยวกับแรงปฏิกิริยา
- ⊕ ระบบแรงต่างๆ มีทิศทางที่เป็นทั้งบวกและลบ(เทียบกับแกนอ้างอิง)
 - ใช้กฎการหมุนของมือขวา(เมื่อพิจารณาเรื่อง โมเมนต์)
 - นิ้วก้อยให้วางที่จุดกำเนิด(Origin)
 - นิ้วหัวแม่มือชี้ไปตามแกนที่ต้องการ
 - นิ้วชี้-กลาง-นาง-ก้อย เป็นตัวบอกทิศทางของการหมุน
 - ส่วนแรงตามแนวแกนเป็นบวกเมื่อมีทิศทางขนานและมีทิศทางเดียวกันกับแกนอ้างอิง(เพียงแต่เรียกชื่อต่างกันอาจเป็นแรงเฉือนหรือแรงตามแนวแกนก็ได้)

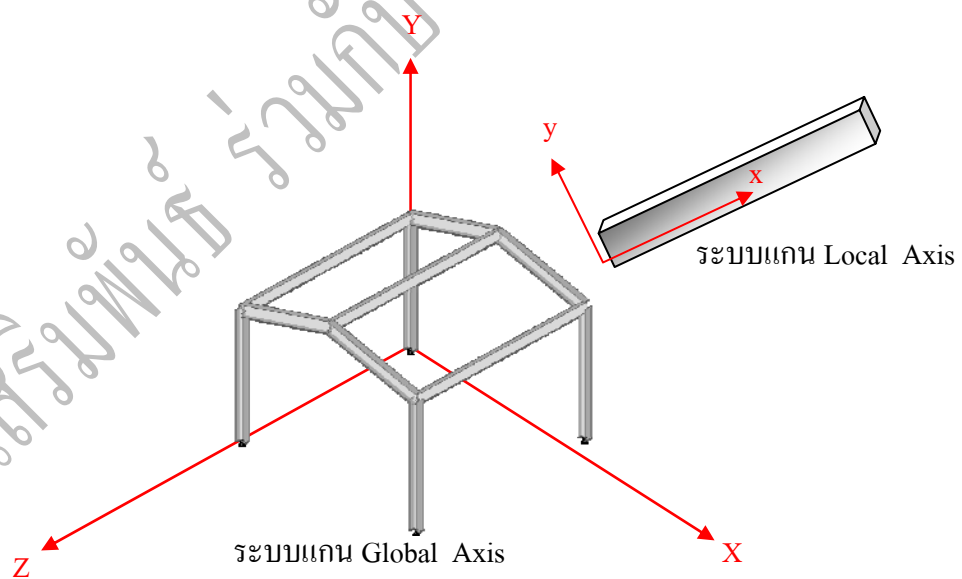


รูปที่ 3.6 แสดงระบบแกนอ้างอิงในระบบพิกัดฉาก

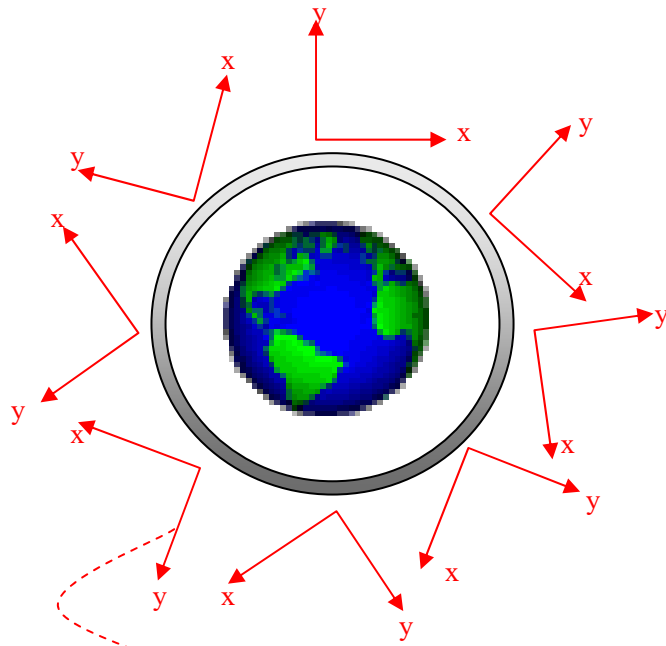


ระบบ Global Axis หรือระบบแกนใน 3 มิติ

รูปที่ 3.6 แสดงระบบแกนอ้างอิงในระบบพิกัดฉาก(ต่อ)



รูปที่ 3.7 แสดงภาพรวมของระบบแกนอ้างอิงในระบบพิกัดฉาก

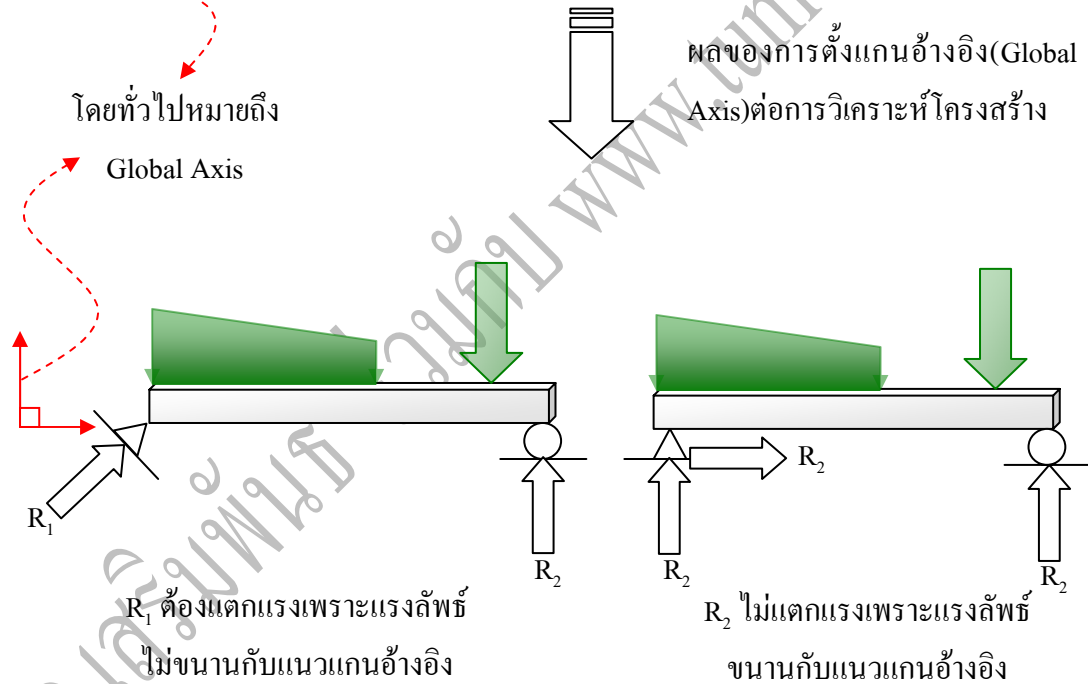


การตั้งหรือวางแกนอ้างอิงเพื่อประโยชน์ในการวิเคราะห์และออกแบบ สามารถวางทิศทางของแนวแกนเป็นมุมที่องศาก็ได้ในรอบ 360 องศา แต่มีข้อสังเกตว่าแนวแกน y จะต้องมียึดพุ่งเข้าสู่แกนกลางของโลกเสมอ(ซึ่งสื่อให้เห็นว่าเป็นระบบ Global Axis)

โดยทั่วไปหมายถึง

Global Axis

ผลของการตั้งแกนอ้างอิง(Global Axis)ต่อการวิเคราะห์โครงสร้าง



R_1 ต้องแตกแรงเพราะแรงลัพธ์

ไม่ขนานกับแนวแกนอ้างอิง

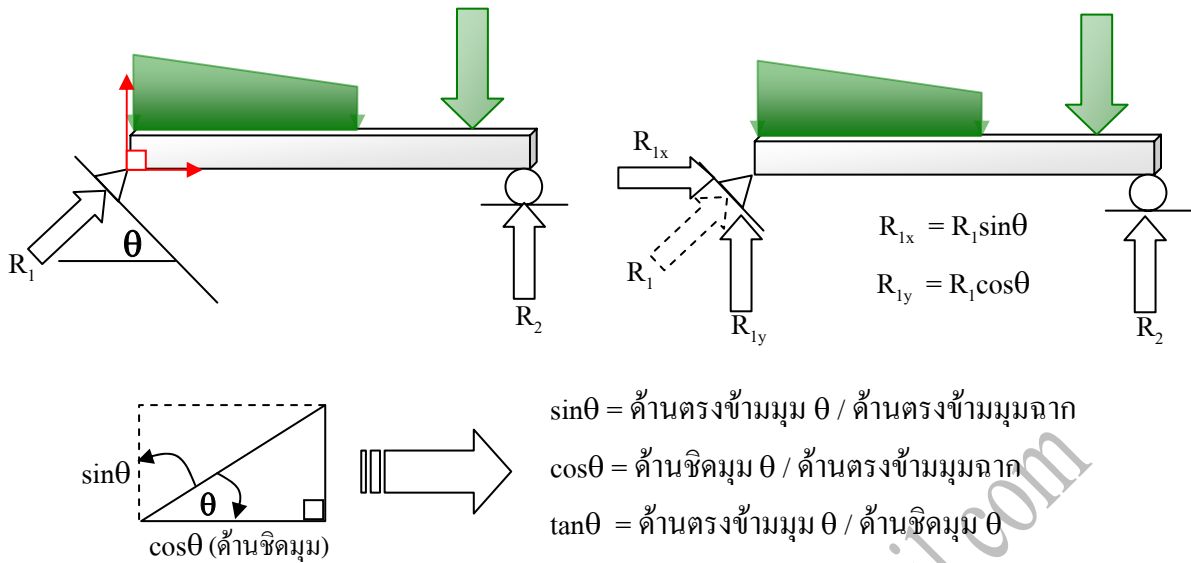
R_2 ไม่แตกแรงเพราะแรงลัพธ์

ขนานกับแนวแกนอ้างอิง

รูปที่ 3.8 แสดงการวางตัวของระบบแกนอ้างอิงในระบบพิกัดฉาก



หมายเหตุ: ในกรณีของคานที่ระบบแรงต่างๆ(ทั้งแรงภายนอกและแรงภายใน) มีทิศทางไม่ขนานกับแนวแกนอ้างอิง(ไม่ว่าจะเป็นแกนใดก็ตาม) ก่อนทำการวิเคราะห์จะต้องทำการแตกแรงดังกล่าวเข้าสู่ระบบแกนอ้างอิงที่ตั้งฉากกันเสมอ โดยอาศัยหลักการสามเหลี่ยมมุมฉาก (หรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัส)คือ $\sin\theta$; $\cos\theta$; $\tan\theta$ เสริมด้วยหลักการของโคสิ \cos ไกล \sin



รูปที่ 3.9 แสดงการแตกแรงเข้าสู่ระบบแกนอ้างอิงในระบบพิกัดฉาก

3.4. รูปแบบและแรงปฏิกิริยาของจุดรองรับ

รูปแบบของจุดรองรับในที่นี้ จะกล่าวถึงเฉพาะในส่วนของจุดรองรับอย่างง่าย(มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าไม่เกินสมการสมดุลสถิตย์คือ 3) ซึ่งทั้งหมดเป็นแบบจำลองในเชิงอุดมคติ นั้นหมายความว่าเราต้องรู้ด้วยตัวเราในเบื้องต้นแล้วว่า จุดรองรับดังกล่าวเราใช้เพื่อเป็นแบบจำลองเพื่อการวิเคราะห์ในเชิงของคณิตศาสตร์ ซึ่งจะ ไม่เหมือนจริงโดยสมบูรณ์ แบบ ประกอบด้วย

☒ จุดรองรับแบบล้อหมุน(Roller Support)

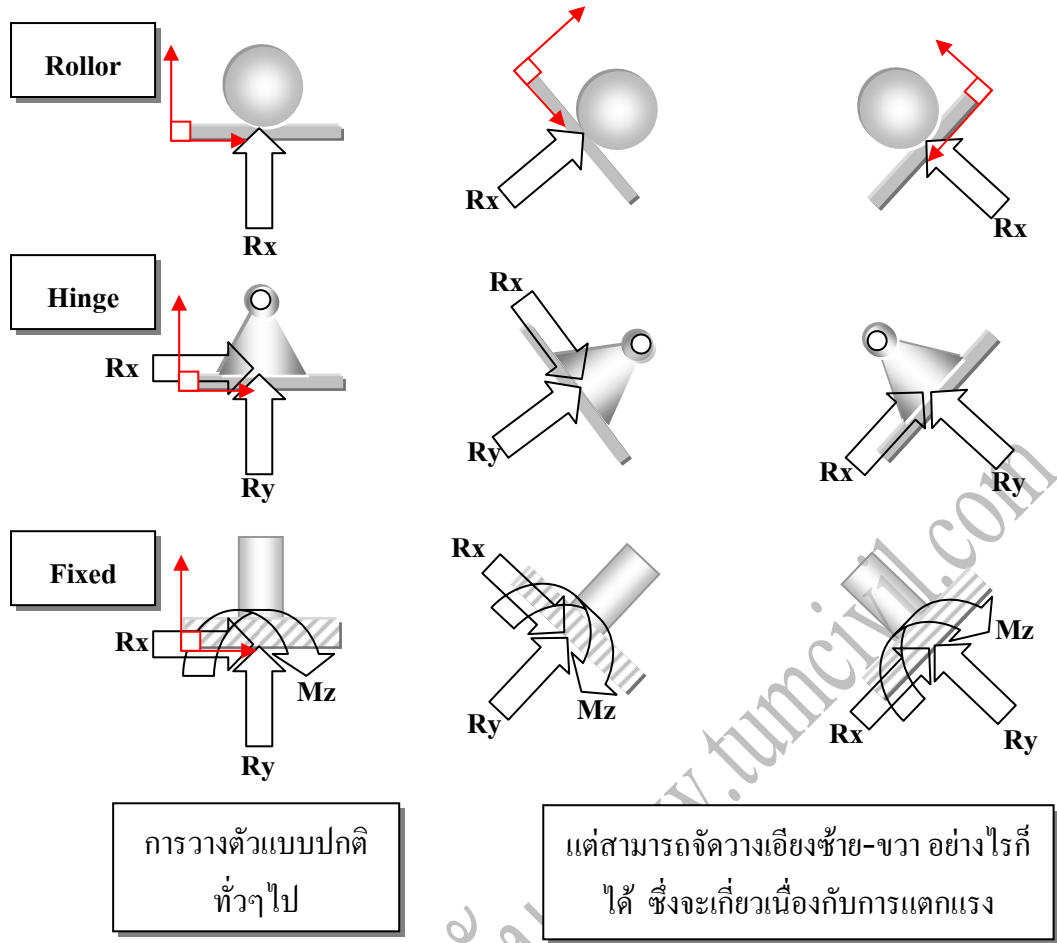
- มีตัวแปรไม่ทราบค่า 1 ค่าในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวสัมผัส
- โดยทั่วไปคือ R_y

☒ จุดรองรับแบบบานพับ(Hinge Support)

- มีตัวแปรไม่ทราบค่า 2 ค่าในแนวตั้งฉากและขนานกับพื้นผิวสัมผัส
- โดยทั่วไปคือ R_y และ R_x

☒ จุดรองรับแบบยึดแน่น(Fixed Support)

- มีตัวแปรไม่ทราบค่า 3 ค่าในแนวตั้งฉาก-ขนานกับพื้นผิวสัมผัส และค่าโมเมนต์คอร์ดแกน M_z
- โดยทั่วไปคือ R_y ; R_x และ M_z

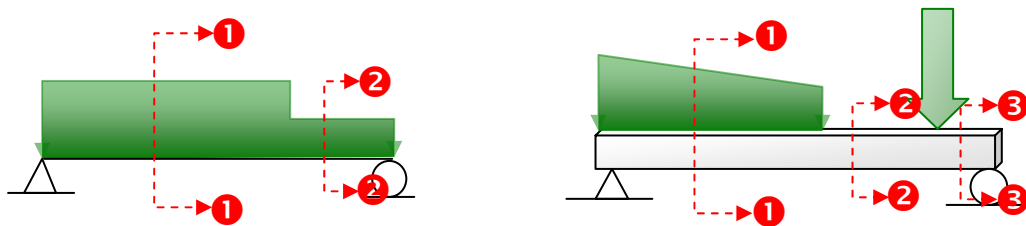


รูปที่ 3.10 แสดงสัญลักษณ์แบบจำลองของจตุรรองรับ

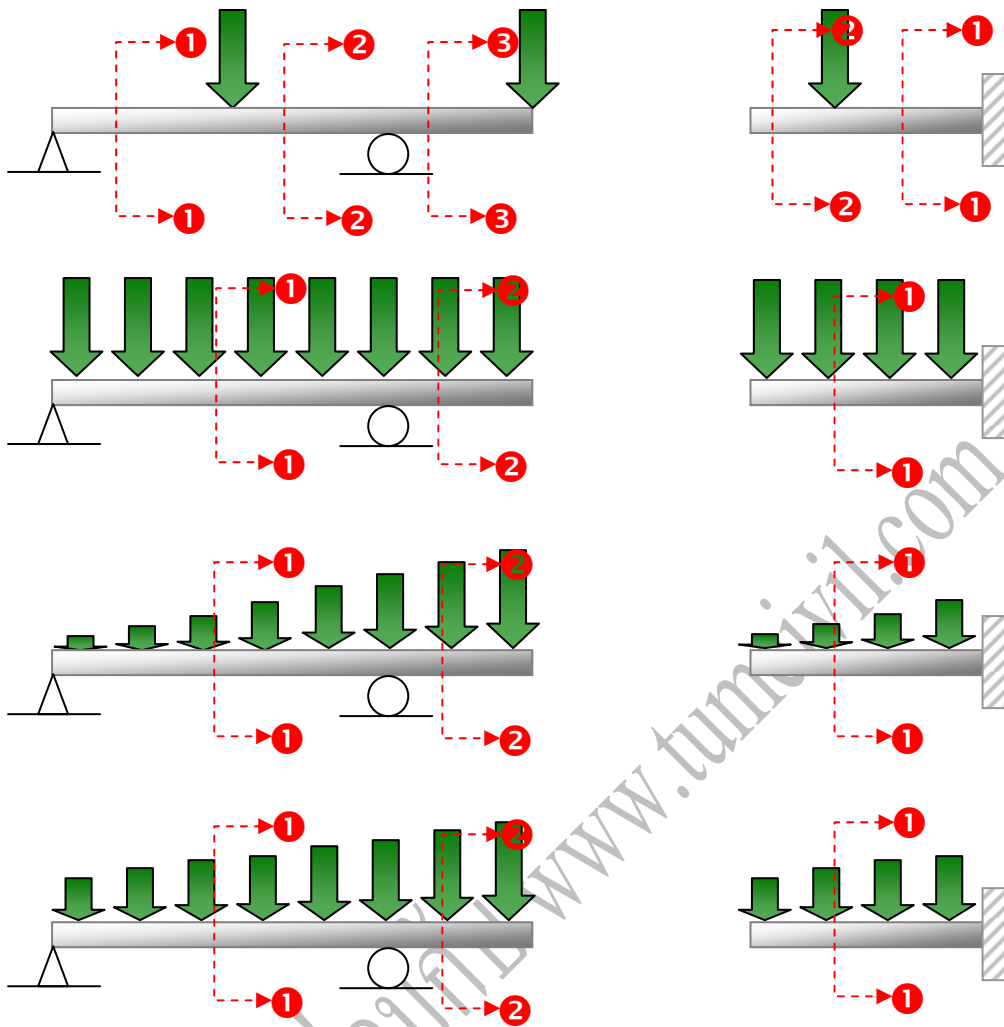
3.5. การเลือกตัดหน้าตัดเพื่อการวิเคราะห์

การเลือกหน้าตัดเพื่อการวิเคราะห์ จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับจำนวนของสมการ(ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับคาน ดังนั้นแรงตามแนวแกนที่เกิดขึ้น ถือว่ามีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้) ที่จะใช้ในการเขียนแผนภาพของแรงเฉือน(SFD.) และแผนภาพโมเมนต์ดัด(BMD.) กล่าวคือจะเกิดสมการจำนวน 2 สมการต่อ 1 หน้าตัด(Section)

หลักการคือ ให้ทำการเลือกตัดผ่านคานในทุกๆที่ ที่น้ำหนักบรรทุกมีการเปลี่ยนแปลง (หรือทุกช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลง)



รูปที่ 3.11 แสดงการเลือกหน้าตัดเพื่อการวิเคราะห์



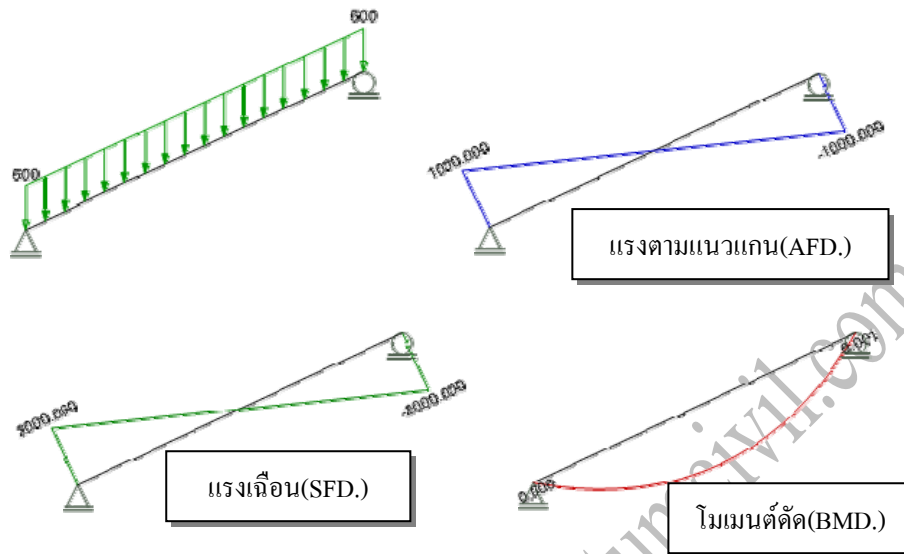
รูปที่ 3.11 แสดงการเลือกหน้าตัดเพื่อการวิเคราะห์(ต่อ)

3.6. ระบบแรงภายในที่หน้าตัดใดๆ(ในสภาพ 2 มิติ)

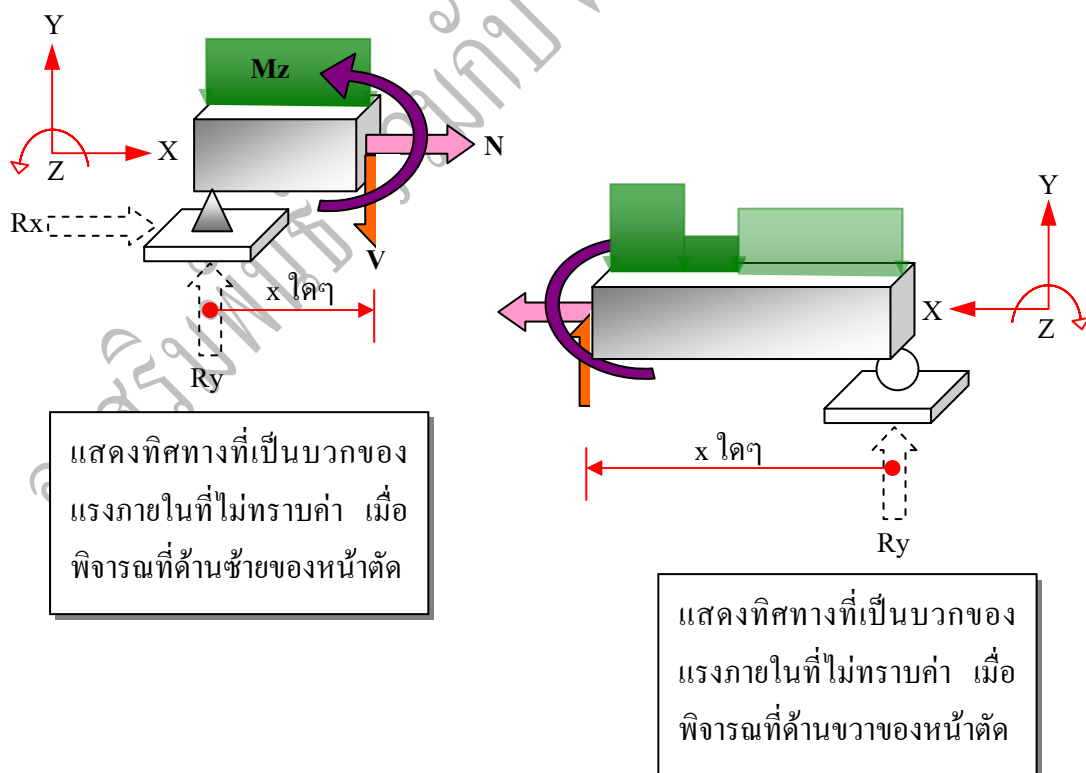
ที่หน้าตัดใดๆของคานาเมื่อเราตัดแบ่งครึ่ง(จะพิจารณาที่ด้านซ้ายของหน้าตัดหรือที่ด้านขวาของหน้าตัดก็ได้) จะมีตัวแปรที่เป็นแรงภายในไม่ทราบค่ามากที่สุดทันที 3 ค่า(ส่วนแรงปฏิกิริยาที่ไม่ทราบค่ามากที่สุดก็มี 3 ค่าเช่นกัน) คือ

- ☒ แรงปฏิกิริยา(Reaction Force ; R)...ส่วนนี้ถือว่าเป็นแรงภายนอก ที่ต้องทราบก่อนที่จะหาแรงภายในทั้ง 3
- ☒ แรงตามแนวแกน(Normal Force ; N) 1 ค่า ซึ่งอาจจะเป็น
 - แรงอัดเข้าหน้าตัด หรือ
 - แรงดึงออกหน้าตัด
 - ในกรณีของคานา(เฉพาะที่วางตัวในแนวราบ และน้ำหนักบรรทุกทุกกระทำในแนวตั้งเท่านั้น)แรงที่เกิดในส่วนนี้มีค่าน้อยมาก จึงไม่นิยมนำมาคิด


- ☒ แรงเฉือน(Vertical Force หรือ Shear Force ; V) 1 ค่า ☑
- ☒ โมเมนต์ดัด(Bending Moment ; Mz) 1 ค่า ☑

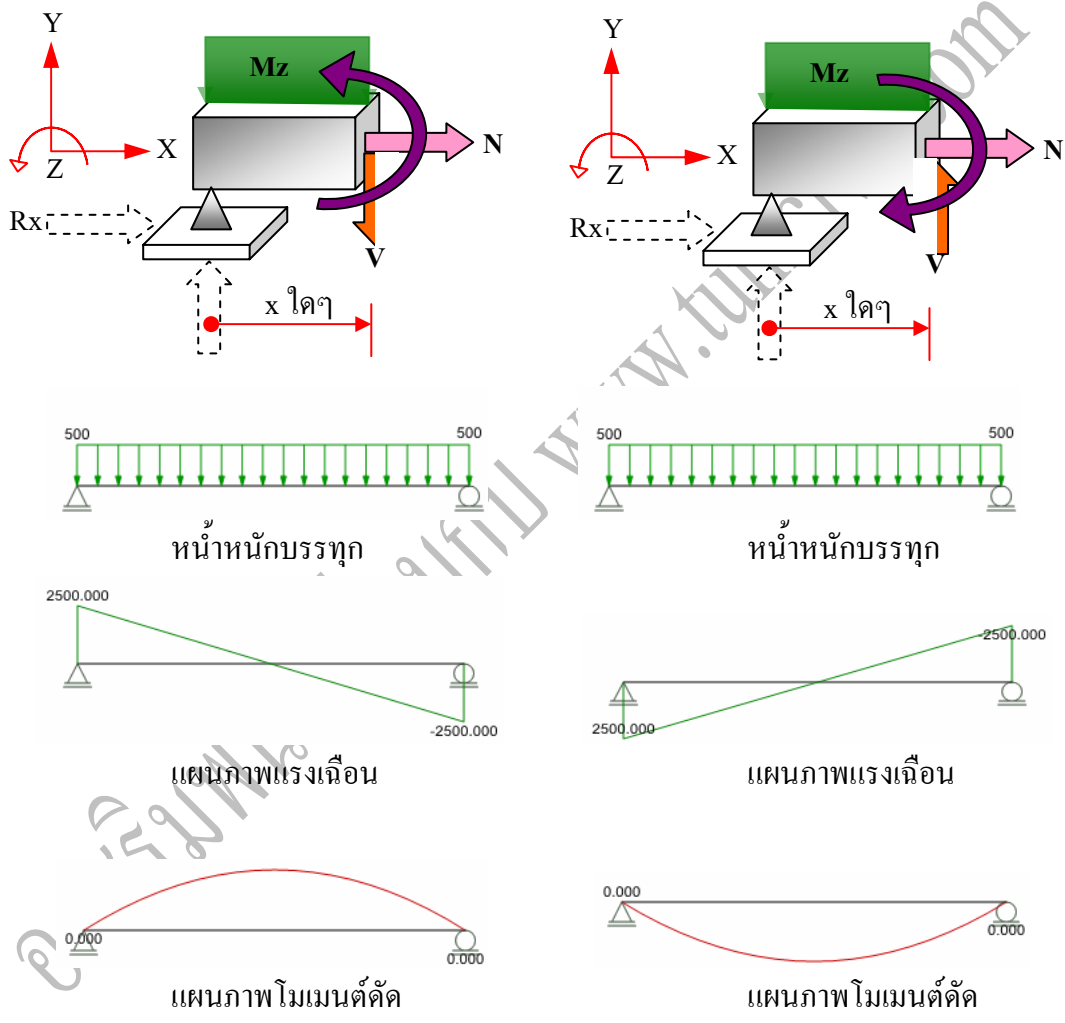


รูปที่ 3.12 แสดงแรงที่เกิดเมื่อคานไม้วางอยู่ในแนวราบ



รูปที่ 3.13 แสดงตัวแปรไม่ทราบค่าและทิศทางที่เป็นบวก(ที่นิยมในไทย)ที่หน้าตัดใดๆ

 **หมายเหตุ:** ทั้งนี้ทั้งนั้นตามความเป็นจริงแล้ว การกำหนดทิศทางของแรงภายในที่ยังไม่ทราบค่า นั้น เราสามารถจะกำหนดอย่างไรก็ได้ตามความเข้าใจของเรา ทั้งนี้เพราะค่าแรงภายในเหล่านั้นเราถือว่าเป็นปริมาณเวกเตอร์ ซึ่งจะต้องมีทั้งขนาดและทิศทางที่เรายังไม่ทราบค่าได้ ดังนั้นการกำหนดทิศทางขึ้นมาก่อนเพื่อการวิเคราะห์ จะกำหนดอย่างไรก็ได้โดยไม่ถือว่าเป็นผิดแต่อย่างใด เพียงแต่รูปร่างที่ได้จากการเขียนกราฟจะต่างกัน แต่ผลลัพธ์สุดท้ายที่ได้ก็จะเหมือนกัน(คือขนาด)แต่ทิศทางตรงกันข้ามเท่านั้นเอง ดูรูปที่ 3.14 ประกอบ



รูปที่ 3.14 แสดงการเขียนแผนภาพของ SFD. & BMD. เมื่อกำหนดทิศทางต่างกัน